Тема за 5. – 6. клас

Задача 1. Кой казва истината

В клас от 15 ученици един или повече от учениците винаги казват истината. Останалите ученици понякога казват истината, а понякога не. Учениците знаят кои от останалите винаги казват истината. Директорът на училището пита всеки ученик колко ученици винаги казват истината. Той получава следните петнадесет отговора:

двама – 1 път, *трима* – 4 пъти, *четирима* – 3 пъти, *петима* – 2 пъти, *шестима* – 5 пъти.

Колко ученици винаги казват истината?

Задача 2. Кой къде седи

Пет стола с буквите A, B, C, D, E върху тях стоят в кръг точно в този ред. Петима ученици с имена A, B, C, D, E са седнали на столовете, всеки на различен стол. Знаем следното:

1. Ученик A седи на стол D.
2. Ученик B седи на стол точно до стол B.
3. Ученик C седи на стол с различна буква, а ученикът с тази буква седи на стол C.
4. Ученик E седи между ученик C и ученик D (без други хора между тях).

На кой стол седи ученик D?

Задача 3. Кутия с топки

В кутия има червени, бели и сини топки. Общият брой на топките в кутията е по-малък от 100. Има поне по една топка от всеки цвят. Броят на червените топки е четно число. Броят на белите и сините топки заедно е 4 пъти по-голям от броя на червените топки. Броят на червените и сините топки заедно е 6 пъти по-голям от броя на белите топки.

Колко топки има в кутията?

Задача 4. Ези или тура

Диана започва с нечетно едноцифрено число. Тя хвърля монета 2026 пъти подред и след всяко хвърляне прави едно от следните действия (с помощта на компютър):

Ези: умножава числото си по 2 и прибавя 1,

Тура: умножава числото си по 7 и прибавя 6.

Тя завършва с огромното 625-цифрено число $646\ldots143$.

С кое число е започнала Диана?

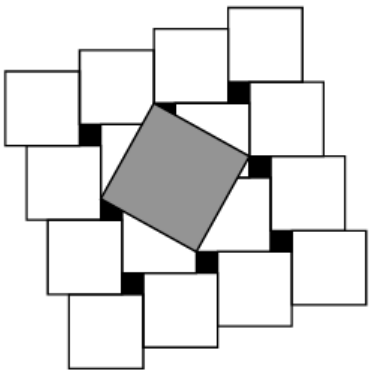
Задача 5. Числа с максимален сбор

Григор избира пет естествени числа, по-малки от 100. Той ги избира така, че петте числа заедно да съдържат всяка от цифрите от 0 до 9 точно по веднъж и да не започват с нула. Освен това всички числа да се делят на 3, но не на 9.

Най-много на колко е равен сборът на избраните от Григор числа?

Задача 6. Как да подреждаме плочки

Под е нареден с квадратни плочки, така както е показано на фигурата. Всички бели плочки имат еднакъв размер, както и всички черни плочки имат еднакъв размер. Лицето на една бяла плочка е 92 кв. дм, а лицето на една черна плочка е 7 кв.дм. На пода има и квадратна сива плочка.



Колко е лицето на сивата плочка?

Задача 7. Дата, година или час?

Времето дванадесет минути след осем вечерта на 20 декември 2012 г. може да се запише като 20:12 на 20.12 в годината 2012. Така числото 2012 може да означава час, дата и година.

Колко четирицифрени числа, които не започват с нула, могат да означават едновременно час, дата и година по този начин?

Задача 8. Пирамида от числа

В пирамидата буквите от A до I означават естествени числа, по-големи от 1. Всяко двоеточие в един ред означава деление, чийто резултат е записан в реда отдолу. Това означава например, че $A : B = E$ и $B : C = F$.

$$\begin{array}{ccccccc} A & : & B & : & C & : & D \\ & & E & : & F & : & G \\ & & & & H & : & I \\ & & & & & & 1 \end{array}$$

В основата на пирамидата е числото 1. Освен това е дадено, че $B = 150$.

На колко е равно числото G?