

30 ЗАДАЧИ НА 30 ЕЗИКА: ОТГОВОРИ

30 ноември 2024

1: A	2: D	3: E	4: E	5: C	6: C	7: D	8: E	9: B	10: E
11: A	12: D	13: E	14: D	15: D	16: E	17: B	18: B	19: C	20: B
21: A	22: C	23: A	24: C	25: E	26: A	27: E	28: D	29: D	30: A

*	#	Език	Language
English	26	английски	English
Français	22	френски	French
Deutsch	15	немски	German
Italiano	8	италиански	Italian
Български	14	български	Bulgarian
Македонски	3	македонски	Macedonian
Português	5	португалски	Portuguese
Nederlands	28	холандски	Dutch
Română	27	румънски	Romanian
Esperanto	18	есперанто	Esperanto
Українська	19	украински	Ukrainian
Беларуская	13	белоруски	Belarusian
Hrvatski	17	хърватски	Croatian
Català	24	каталунски	Catalan
Lietuvių	29	литовски	Lithuanian

*	#	Език	Language
Svenska	7	шведски	Swedish
Türkçe	21	турски	Turkish
Íslenska	12	исландски	Icelandic
Polski	4	полски	Polish
Español	20	испански	Spanish
Ελληνικά	10	гръцки	Greek
Shqip	2	албански	Albanian
Slovenčina	11	словашки	Slovak
Slovenščina	9	словенски	Slovene
Српски	1	сръбски	Serbian
Suomi	30	фински	Finnish
Eesti	23	естонски	Estonian
Čeština	6	чешки	Czech
Norsk	16	норвежки	Norwegian
Magyar	25	унгарски	Hungarian

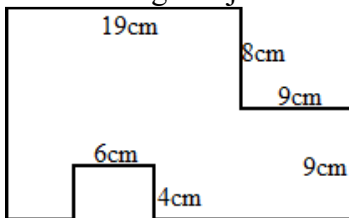
[1SR] Ако слънце изађе у 6 сати и 47 минута и зађе истог дана у 6 сати и 13 минута поподне, колико ће минута бити на небу?

A)686 B)696 C)706 D)716 E)726

Ако слънцето изгрее в 6 часа и 47 минути и залезе същия ден в 18:13, колко минути ще е било на небосклона?

Отг. А. Това са 12 часа без 34 минути, т.е. $12.60 - 34 = 686$ минути.

[2AL] Të gjitha këndet e figurës janë të drejta:



Gjeni sipërfaqen e figurës në centimetra katrorë.

A)350 B)360 C)370 D)380 E)390

Всички ъгли на фигурата са прави. Намерете площта на фигурата в кв.см.

Отг. D: $9.9 + 19.17 - 6.4 = 380$.

[3MK] Вредноста на $(\frac{1}{3} + \frac{4}{9}) \cdot (\frac{2}{5} + \frac{3}{7})$ претставена како нескратлива дробка е $\frac{m}{n}$. Одреди ја вредноста на изразот $m + n$.

A)64 B)84 C)222 D)518 E)друг одговор

Стойноста на $(\frac{1}{3} + \frac{4}{9}) \cdot (\frac{2}{5} + \frac{3}{7})$, представена като несъкратима дроб, е $\frac{m}{n}$. Определете стойноста на израза $m + n$.

Отг. E: $(\frac{3}{9} + \frac{4}{9}) \cdot (\frac{14}{35} + \frac{15}{35}) = (\frac{7}{9}) \cdot (\frac{29}{35}) = \frac{29}{45}$; $29 + 45 = 74$.

[Cztery=4PL] W czworokącie wypukłym $ABCD$ o polu 360cm^2 przekątna AC ma długość 18cm . Znajdź odległość punktu B od prostej AC , jeśli jest ona cztery razy większa niż odległość punktu D od prostej AC .

A)10 B)16 C)20 D)24 E)32

В изпъкнал четириъгълник $ABCD$ с лице 360cm^2 диагоналет AC има дължина 18cm . Намерете разстоянието от точка B до правата AC , ако то е четири пъти по-голямо от разстоянието от точка D до правата AC .

Отг. E: Пресмятаме в сантиметри. Ако разстоянието до AC от D е x , а от B е $4x$, то $(4x + x) \cdot 18 : 2 = 360$, откъдето $5x = 40$, $x = 8$, $4x = 32$.

[Cinco=5PT] O menor número inteiro positivo com cinco algarismos diferentes é um múltiplo de:

A)3 B)5 C)7 D)11 E)13

Най-малкото естествено число с пет различни цифри е кратно на:

Отг. C. 10234 се дели на 7, но не и на 3, 5, 11, 13.

[Šest=6CZ] Zmrzlinárna obsahuje šest druhů zmrzliny: čokoládovou, vanilkovou, jahodovou, banánovou, mátovou a karamelovou. Kolik různých zmrzlinových kornoutů můžeme vytvořit, pokud každý kornout obsahuje tři kopečky zmrzliny (ne nutně různého typu)? (Pořadí kopečků ve zmrzlině není důležité.)

A)35 B)36 C)56 D)72 E)96

Щанд за сладолед има шест вида сладолед: шоколадов, ванилов, ягодов, бананов, ментов и карамелен. Колко различни фунийки за сладолед можем да оформим, ако всяка фунийка съдържа три топки сладолед (не непременно от различен вид)? (Редът на топките в сладоледа не е важен.)

Отг. C: Първи метод: Има 6 различни фунийки с топки от един вид, $6.5 = 30$ с два вида и $6.5.4:3! = 20$ с три вида, общо $6 + 30 + 20 = 56$ фунийки.

Втори метод: Кодираме с 3 букви „Т“ (вземи топка от този вид) и 5 букви „С“ (мини на следващия вид). Броят кодове е $8!:(5!.3!) = 8.7 = 56$.

[Sju=7SE] Första dagen på en sju dagar lång festival såldes 700 biljetter. Varje dag därefter såldes dubbelt så många biljetter som dagen innan. Hur många biljetter såldes sammanlagt under festivalens sju dagar?

A) 86800 B) 87500 C) 88200 D) 88900 E) 89600

В първия ден на един седемдневен фестивал били продадени 700 билета, а всеки следващ ден – два пъти повече билети от предходния. Колко билета били продадени общо за седемте дни на фестивала?

Отг. D. $700(1+2+4+8+16+32+64)=88900$.

[8IT] Un litro di gelato contiene 4 porzioni da 125 grammi ciascuna. Quante porzioni da 125 millilitri ci sono in 2 kg di quel gelato?

A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 32

Литър сладолед съдържа 4 порции по 125 г. Колко порции от 125 милилитра има в 2 кг от този сладолед?

Отг. E. Щом литър сладолед тежи 500 г, обемът на 2 кг е 4 л, което са $4 \cdot 8 = 32$ порции по 125 мл.

[Devet=9SI] Dan je pravilni devetkotnik $ABCDEFGH$. Naj bo N taka točka v njegovi notranjosti, da je trikotnik ANB enakostranični. Izračunaj $\sphericalangle NCB$.

A) 45° B) 50° C) 55° D) 60° E) 65°

Даден е правилен деветоъгълник $ABCDEFGH$. Нека N е точка във вътрешността му, така че триъгълникът ANB да е равностранен. Пресметнете $\sphericalangle NCB$.

Отг. B: Имаме $\sphericalangle ABC = 180^\circ - 360^\circ : 9 = 140^\circ$;

$\sphericalangle NBC = 140^\circ - 60^\circ = 80^\circ$; $\sphericalangle NCB = (180^\circ - 80^\circ) : 2 = 50^\circ$.

[10GR] Το μικρότερο από τα δοσμένα κλάσματα είναι:

A) $\frac{86}{77}$ B) $\frac{77}{678}$ C) $\frac{876}{777}$ D) $\frac{888}{789}$ E) $\frac{987}{888}$

Най-малката сред дадените дроби е:

Отг. E. $A = 1 + \frac{9}{77} = 1 + \frac{99}{847}$, $B = 1 + \frac{99}{678}$, $C = 1 + \frac{99}{777}$, $D = 1 + \frac{99}{789}$ и $E = 1 + \frac{99}{888}$, така че $B > C > D > A > E$.

[11SK] Koľko percent objemu Zeme by zabral približne objem Mesiaca, ak polomer Zeme je 6380 km a polomer Mesiaca je 1740 km?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 27

Приблизително колко процента от обема на Земята би заел обемът на Луната, ако радиусът на Земята е 6380 km, а радиусът на Луната е 1740 km?

Отг. A: $(\frac{1740}{6380})^3 = (\frac{3}{11})^3 = \frac{27}{1331} \approx 2\%$.

[12IS] Hvaða náttúrulega tala n uppfyllir jöfnuðinn $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = 70^2$?

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

Кое естествено число n изпълнява равенството $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = 70^2$?

Отг. D: $70^2 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = (\frac{1}{6}) \cdot 24 \cdot 25 \cdot 49 = 1^2 + 2^2 + \dots + 24^2$ според известната формула за сбор на степени.

[13BY] Кількімі способами можна расставіць двух хлопчыкаў і пяць дзяўчынак у шэраг так, каб паміж двума хлопчыкамі была роўна адна дзяўчынка?

A) 300 B) 360 C) 600 D) 720 E) 1200

По колко начина можем да подредим две момчета и пет момичета в редица за снимка, така че между двете момчета да има точно едно момиче?

Отг. E. Има пет избора кое момиче да е между момчетата и два избора кое момче да му е отляво. За

следващото момиче има 2 избора къде да застане спрямо така сформирания група. За третото момиче има 3 избора къде да застане спрямо второто и групата. За четвъртото и петото момиче изборите са съответно 4 и 5. Отговор: $5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 1200$.

[14BG] Четирите приятелки Габи, Ева, Корти и Попи ще се омъжват в един и същи ден, като всяка ще кумува на една от останалите (да кумува означава да бъде кума на сватбата; на всяка сватба ще има точно една кума). По колко начина могат да разпределят коя на коя да кумува?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

Отг. D: Има 3 избора на коя приятелка X да кумува Габи и 3 избора на коя приятелка да кумува X . Сега за останалите две приятелки изборът е еднозначен. Отговор: $3 \cdot 3 = 9$.

[15=Fünfzehn DE] Eine Schlange besteht aus fünfzehn Personen. Jeder von ihnen ist ein Ritter (er sagt immer die Wahrheit) oder ein Lügner (er lügt immer). Jeder sagt: „Vor mir gibt es mehr Lügner als Ritter.“ Wie viele Lügner stehen in der Schlange?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

Една опашка се състои от петнадесет души. Всеки от тях е рицар (винаги казва истината) или лъжец (винаги лъже). Всеки казва: „Пред мен има повече лъжци, отколкото рицари.“ Колко са лъжците на опашката?

Отг. D. Пред първия има 0 лъжци и 0 рицари, така че той е лъжец. Пред втория има 1 лъжец и 0 рицари, така че той е рицар. Пред третия има 1 лъжец и 1 рицар, така че той е лъжец. Пред 4-тия има 2 лъжци и 1 рицар, така че той е рицар. Продължавайки по същия начин, заключаваме, че лъжци са тези на нечетни места, така че броят им е $14 : 2 + 1 = 8$.

[Seksten=16NO] Et positivt heltall vil bli kalt *moderne* hvis det har seksten (positive) delere, inkludert 1 og seg selv. For eksempel er 2024 moderne. Hvor mange av de første 300 positive heltallene er moderne?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Едно естествено число ще се нарича *модерно*, ако има шестнадесет (положителни) делителя, включително 1 и себе си. Например 2024 е модерно. Колко от първите 300 естествени числа са модерни?

Отг. E. Модерно число до 300 може да има вида:

- $p^3 q^3$ за различни прости p, q (такова е $216 = 2^3 3^3$);
 - $p^3 q r$ за различни прости p, q, r (това са $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$, $168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$, $264 = 2^3 \cdot 3 \cdot 11$, $270 = 3^3 \cdot 2 \cdot 5$ и $280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$);
 - $p q r s$ за различни прости p, q, r, s ($210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$).
- Общо 7 числа.

[17HR] Zadan je pravilan šesterokut duljine stranice 1 cm. Koliko ima točaka ravnine koje su udaljene točno 1 cm od najmanje dva vrha šesterokuta?

A) 7 B) 13 C) 16 D) 19 E) 25

Даден е правилен шестоъгълник с дължина на страната 1 cm. Колко точки от равнината са точно на 1 cm от поне два върха на шестоъгълника?

Отг. В. Центърът е на равни разстояния от всички върхове. За всяка двойка върхове, освен за срещуположните, има още една точка, равноотдалечена от тях (симетрична на центъра относно свързващата ги права). Отговор: $1+12=13$.

[18EO] La nombroj 1, 2, 3, ..., 2024 estas skribitaj sur kartoj (unu nombro per karto). Almenaŭ kiom da kartoj devas esti elektitaj hazarde por garantii ke almenaŭ tri kartoj kun la sama sumo de ciferoj estas elektitaj?

A) 55 B) 56 C) 57 D) 58 E) alia respondo
Числата 1, 2, 3, ..., 2024 са написани на карти (по едно число на карта). Най-малко колко карти трябва да се изберат по случаен начин, за да е сигурно, че са избрани поне три карти с еднакъв сбор на цифрите?

Отг. В: Сборът на цифрите е от 1 до 28. Има само една карта (1999) със сбор 28; от всеки друг сбор има поне по две. Ако изберем $27.2+1=55$ карти, може да има не повече от две от всеки сбор. При 56 гарантирано има три с еднакъв сбор.

[19UA] Нехай n – най-малше натуралне число, яке при діленні на 2, 3, 4, 5, 6 і 7 завжди дає залишок, не менший за половину дільника. Знайдіть суму цифр числа n .

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13
Нека n е най-малкото естествено число, което при деление на 2, 3, 4, 5, 6 и 7 все дава остатък, не по-малък от половината от делителя. Намерете сбора от цифрите на n .

Отг. С. При деление на 2 остатъкът е 1, значи при деление на 4 е 3 (а не 2). При деление на 3 остатъкът е 2, значи при деление с 6 е 5. Така следващото число се дели на 3 и 4, а значи и на 12. Следователно при деление на 12 остатъкът е 11. Проверяваме остатъците при деление на 5 и 7 на тези числа: $11:5=...$ (ост.1); $23:7=...$ (ост.2); $35:5=...$ (ост.0); $47:5=...$ (ост.2); $59:7=...$ (ост.3); $71:5=...$ (ост.1); 83 има необходимите остатъци. Отговор: $8+3=11$.

[20ES] ¿De cuántas formas posibles pueden ordenarse en una fila 2 bolas rojas, 5 bolas blancas y 6 bolas azules? (Las bolas de igual color no se distinguen entre sí.)

A) 24024 B) 36036 C) 48048 D) 60060 E) 72072
По колко възможни начина могат да се подредят в редица 2 червени, 5 бели и 6 сини топки? (Топките от един и същи цвят не се различават една от друга.)

Отг. В: $13!/(2!5!6!)=36036$.

[21TR] $x^2-5x-4=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $(x_1-2)^{-1}+(x_2-2)^{-1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -0,1 B) -0,2 C) -0,3 D) -0,4 E) -0,5
Корените на уравнението $x^2-5x-4=0$ са x_1 и x_2 . Каква е стойността на израза $(x_1-2)^{-1}+(x_2-2)^{-1}$?

Отг. А. От Виет $x_1+x_2=5$, $x_1x_2=-4$. Изразът е равен на $(x_1+x_2-4)/(x_1x_2-2x_1-2x_2+4)=(5-4)/(-4-10+4)=-0,1$.

[22FR] Combien y a-t-il de nombres entiers positifs n tels qu'il existe un nombre entier positif k vérifiant l'égalité $n^2=2024+k^2$?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) autre réponse

За колко естествени числа n съществува естествено k , такова че $n^2=2024+k^2$?

Отг. С: Искаме $(n+k)(n-k)=2^3.11.23$, като $n+k$ и $n-k$ са с еднаква четност, в случая – четни, т.е. едното от тях съдържа 2^2 , а другото – 2^1 . За 11 и 23 има по два избора дали да са при 2^2 или при 2^1 (общо $2.2=4$ варианта). Отчитайки $n+k>n-k$, всеки от 4-те варианта поражда по една двойка естествени $(n;k)$.

[23EE] Kui $x>2$, $y>2$, $z>2$ on täisarvud ja $xyz+x+y+z=2024+xy+yz+zx$, leidke $x+y+z$.

A) 44 B) 54 C) 64 D) 74 E) 84
Ако $x>2$, $y>2$, $z>2$ са цели числа и $xyz+x+y+z=2024+xy+yz+zx$, намерете $x+y+z$.

Отг. А: Условието е $(x-1)(y-1)(z-1)=2023=7.17^2$, така че $x+y+z=8+18+18=44$.

[24CT] Un nombre de tres dígets s'anomenarà "equilibrat" si un dels seus dígets és igual a la suma dels altres dos. Quins són els números equilibrats?

A) 108 B) 120 C) 126 D) 138 E) 144
Ще наричаме едно трицифрено число „балансирано“, ако една от цифрите му е равна на сбора на другите две. Колко са балансираните числа с едноцифрен сбор на цифрите?

Отг. С: Общо $12+18+42+30+18+6=126$ числа:

цифри	числа
X, X, 2X (X=1, 2, 3, 4)	$4.3=12$
0, X, X (X=1, 2, ..., 9)	$9.2=18$
1, X, X+1 (X=2, 3, ..., 8)	$7.6=42$
2, X, X+2 (X=3, 4, ..., 7)	$5.6=30$
3, X, X+3 (X=4, 5, 6)	$3.6=18$
4, 5, 9	6

[25HU] Legyenek a , b és c valós számok úgy, hogy $a+b+c=0$ és $abc=-9$. Mi az $a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)$ értéke?

A) -81 B) -27 C) -9 D) 9 E) 27
Нека a , b и c са реални числа, такива че $a+b+c=0$ и $abc=-9$. Каква е стойността на $a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)$?

Отг. Е: $a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)=a^2b+a^2c+b^2c+b^2a+c^2a+c^2b=ab(a+b)+bc(b+c)+ca(a+b)=ab(-c)+bc(-a)+ca(-b)=-3abc=27$.

[26EN] Find the number of ordered triples of positive integers $(a;b;c)$ such that $a+b+c=474$, a is a multiple of 2, b is a multiple of 3 and c is a multiple of 6.

A) 3003 B) 4004 C) 5005 D) 6006 E) 7007
Намерете броя наредени тройки естествени числа $(a;b;c)$, такива че $a+b+c=474$, a е кратно на 2, b е кратно на 3 и c е кратно на 6.

Отг. А: Щом a , c и 474 са кратни на 2, то и b е кратно на 2. Щом b , c и 474 са кратни на 3, то и a е кратно на 3. Следователно $a=6(x+1)$, $b=6(y+1)$, $c=6(z+1)$ за цели неотрицателни x , y , z . След заместване, деление с 6 и намаление с 3 уравнението добива вида $x+y+z=76$. Можем еднозначно да кодираме всяко решение с редица от 76 „Е“ („увеличи с 1 стойността на променливата“) и 2 „С“ („премини на следващата

променлива в реда x, y, z). Броят на тези кодове е $78.77:2=3003$.

[27RO] Care este numărul maxim de numere care putem alege dintre numerele 1, 2, 3,..., 2024, deci suma oricăror două numere selectate să nu fie divizibilă cu diferența lor?

A)405 B)506 C)674 D)1012 E) alt răspuns

Какъв е максималният брой числа, които можем да изберем от числата 1, 2, 3,..., 2024, така че сумата от произволни две избрани числа да не е кратна на разликата им?

Отг. Е. Не е допустимо да изберем числа с разлика 1 или 2, така че от всеки три поредни числа можем да изберем най-много едно, или общо най-много $2025:3=675$ числа. Пример: 675-те числа, даващи остатък 1 при деление с 3.

[Achtentwintig=28NL] De eerste twee getallen in een rij zijn 99 en 2024. Elk nieuw getal wordt verkregen door het laatste getal te delen door het voorgaande getal en de uitkomst met 66 te vermenigvuldigen. Zo is het derde getal in de rij dus $(2024:99).66=^{4048}/_3$. Wat is het achtentwintigste getal in de rij?

A)11 B)22 C)33 D)44 E)66

Първите две числа в редицата са 99 и 2024. Всяко ново число се получава, като последното число се раздели на предишното и резултатът се умножи по 66. Така третото число е $(2024:99).66=^{4048}/_3$. Кое е двадесет и осмото число в редицата?

Отг. D: Числата в редицата са 99, 2024, $^{4048}/_3$, 44, $^{99}/_{46}$, $^{297}/_{92}$, след което се повтарят с период 6. Тъй като остатъкът на 28 при деление с 6 е 4, търсеното число е равно на четвъртото, т.е. на 44.

[29LT] Kiek natūraliųjų skaičių porų $(x;y)$ tenkina lygtį $x^2y^3=20^{24}$? A)24 B)30 C)36 D)45 E)48

Колко двойки естествени числа $(x;y)$ изпълняват уравнението $x^2y^3=20^{24}$?

Отг. D. Понеже произведението и вторият множител са трети степени, трябва $x=a^3$ за естествено a . По сходни причини $y=b^2$ за естествено b . Уравнението се свежда до $ab=20^4=2^85^4$, където броят естествени $(a;b)$ е $(8+1)(4+1)=45$.

[30FI] Olkoot n ja k luonnollisia lukuja ja $n^2+2024=17k!$ (missä $k!=1.2.....k$). Laske $n+k$.

A)9 B)10 C)11 D)12 E)13

Нека n и k са естествени числа и $n^2+2024=17k!$ (където $k!=1.2.....k$). Пресметнете $n+k$.

Отг. А. При $k<5$ дясната страна е по-малка от лявата, а при $k=5$ има равенство при $n=4$. При $k>5$ остатъкът на дясната страна при деление на 7 е 4 или 0, а на лявата е 1, 2, 3 или 5, т.е. равенство не е възможно.